

Aéro-élasticité    SM 310  
**Harmonisation Matlab : Exercices**

**1. Générer une sinusoïde (fichier sommesin\_0)**

Générer 128 échantillons d'une sinusoïde  $y$  à fréquence  $F$  égale à 200Hz à une fréquence d'échantillonnage  $F_s$  égale à 4000Hz.

Créer d'abord le vecteur temps  $t$ , puis  $y$  et afficher.

Ajouter au signal une deuxième composante  $F_2$  égale à  $2F$ , afficher

**2. analyser une sinusoïde : aliasing (aliasing.m)**

Générer un signal sinusoïdal  $y_2$  (d'une durée de 1s) à fréquence  $F$  égale à 40Hz à une fréquence d'échantillonnage  $F_s$  égale à 500Hz.

Calculer le spectre en utilisant la commande `fft`. Afficher l'amplitude et la phase de celui-ci. Qu'observer vous ?

On définit le vecteur fréquence :  $f = (1:N) * f_s / N$ ;  $N = \text{length}(y_2)$ ;

Faire varier  $F_s$  (50 100hz). Qu'observer vous ?

**3. analyser une sinusoïde : leakage (leakage.m)**

On choisit maintenant d'analyser ce signal mais en fixant le nombre de raies du spectre  $N$  variant de 64, 128 et 1024.

Observer les spectres sur des signaux temporels de 0.1s, 1s et 3 s (en fait on fait une fenêtre rectangulaire sur un signal infini). Qu'observer vous ?

Comparer le signal à fenêtre rectangulaire avec le signal fenêtré par hanning.

```
N=length(y2);  
whan=hanning(N)  
xhan=x.*whan';
```

Qu'observer vous ?

**4. Série de Fourier : convergence et phénomène de Gibbs (sommesin.m)**

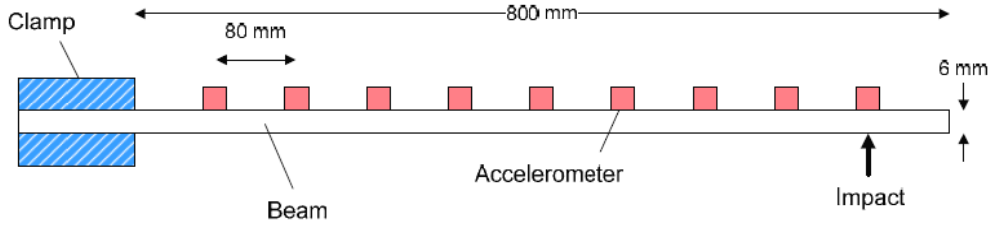
Tout signal périodique peut s'approximer par une somme de fonctions sinusoïdales. La décomposition d'une « square wave » s'exprime par :

$$x(t) = \frac{4}{\pi} \left[ \sin \omega_1 t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5} \sin 5\omega_1 t + \dots \right]$$

Comparer la somme avec 3, 7 et 20 termes.

## Problème:

Nous allons faire l'analyse des résultats expérimentaux d'une poutre encastree libre. Nous disposons de 9 FRFS (correspondant aux rapports fréquentiels entre le déplacement et la force d'excitation ie marteau d'impact). Nous disposons du signal d'excitation et des fonctions de cohérence.



Comment retrouver les paramètres modaux (fréquences, amortissement, déformées modales) ?  
Utiliser la méthode RFP décrite dans le paragraphe suivant. (en anglais) sur une seule FRF.

### Identification of Modal Parameters

The identification process consists of estimating the modal parameters from Frequency Response Function (FRF) measurements [27]. An FRF represents the dynamic characteristics of the structure between the response degree of freedom (DOF) and the excitation degree of freedom. The equations of motion for a vibrating structure are commonly derived by applying Newton's second law

$$[M]\ddot{x}(t) + [C]\dot{x}(t) + [K]x(t) = f(t) \quad (1)$$

The excitation forces and responses are functions of time ( $t$ ), and  $[M]$ ,  $[C]$  and  $[K]$  are the mass, damping and stiffness constants respectively. The equivalent frequency domain form of the dynamic model can be represented in terms of discrete Fourier transforms, as

$$H(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} \quad (2)$$

This equation is a definition of the FRF matrix. Each element of this matrix is an FRF measurement between two DOFs of the test structure. For a single DOF, the FRF merely becomes

$$H(j\omega) = \frac{1}{(M(j\omega)^2 + C(j\omega) + K)} \quad (3)$$

Since a single DOF system has only one mode, its FRF can also be written,

$$H(j\omega) = \frac{1}{M((j\omega)^2 + 2\sigma(j\omega) + \sigma^2 + \omega^2)} \quad (4)$$

Each term of the FRF matrix can be represented in terms of pole location and a mode shape. The numerators are constants and only the denominators are functions of frequency. The numerators are called residues.

$$H(j\omega) = \frac{r_k}{(j\omega - \lambda_k)} + \frac{r_k^*}{(j\omega - \lambda_k^*)} \quad (5)$$

where,

$r_k$  = the ( $n$  by  $n$ ) residue matrix for the  $k$ th mode

$$\lambda_k = \text{pole value for mode } k = -\xi_k \omega_k + j\omega_k \sqrt{1 - \xi_k^2} \quad (6)$$

\* designates complex conjugates

where,  $\omega_k$  = undamped natural frequency and  $\xi_k$  = damping ratio of mode  $k$

Classical parameter estimation (or curve fitting) is the process of numerically applying Equation (5) to one or more FRF measurements also known as Rational Fraction Polynomial (RFP) method. The result is an estimate of the residue and pole location for each mode in the frequency band of the measurements. Natural frequencies and damping values for a mode can be calculated by solving Equation (6).